

MATEMATİKSEL İKTİSAT
Ödev 4, Teslim Tarihi: 26 Aralık 2003

1. Toplam türevseli kullanarak aşağıda verilen fayda fonksiyonlarının kayıtsızlık eğrilerinin eğimlerini bularak bu eğimlerin iktisadi anlamlarını açıklayınız.

(a) $u(x_1, x_2) = x_1x_2$

(b) $u(x_1, x_2) = x_1^2x_2^2$

(c) $u(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^\beta$, $A, \alpha, \beta > 0$

2. $f(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^\beta$ şeklinde verilen Cobb–Douglas üretim fonksiyonu için (burada A, α, β pozitif sabit parametrelerdir) Euler teoreminin geçerli olduğunu yani

$$f_1x_1 + f_2x_2 = kf(x_1, x_2)$$

gösteriniz (burada k f fonksiyonunun kaçınıcı dereceden türdeş olduğunu göstermektedir.)

3. $f(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^\beta$ şeklinde verilen Cobb–Douglas üretim fonksiyonu için gradient ve Hessian matrisini hesaplayınız. Gradient vektördeki her bir elemanın işaretlerini belirleyiniz ve bunların iktisadi anlamlarını açıklayınız. Hessian matrisin işaretini belirleyiniz ve iktisadi anlamını açıklayınız.

4. $y = x_1^{1/4} x_2^{1/2}$ fonksiyonun tam manasıyla iç–bükey olduğunu gösteriniz.

5. $y = x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma$ fonksiyonunun $A, \alpha, \beta, \gamma > 0$ için iç–bükeyimsi olduğunu gösteriniz. Bu fonksiyonun $\alpha + \beta + \gamma \leq 1$ koşulu sağlandığında iç–bükey olduğunu gösteriniz.

6. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi türdeş, homotetik ama türdeş değil veya türdeş ve homotetik olmayan fonksiyonlardır.

(a) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^{a_1} x_2^{a_2} x_3^{a_3}$ burada $a_i > 0$.

(b) $f(x_1, x_2, x_3) = 1 + x_1^{1/2} x_2^{1/4} x_3^{1/4}$

(c) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^{1/2} x_2^{1/3} + x_3^{3/2}$

7. Aşağıda verilen CES üretim fonksiyonunu ($x_1, x_2 > 0$) düşününüz:

$$y = f(x_1, x_2) = (0.3x_1^{-2} + 0.7x_2^{-2})^{-1/2}$$

- (a) MRTS’i bularak, eşürün eğrilerinin tam manasıyla dış–bükey olduklarını gösteriniz.

- (b) f fonksiyonunun iç–bükeyimsi olduğunu gösteriniz.

- (c) f fonksiyonunun iç–bükey olduğunu gösteriniz.

- (d) f fonksiyonun kaçınıcı dereceden türdeş bir fonksiyon olduğunu bulunuz.

- (e) Fonksiyonun Euler teoremini sağladığını gösteriniz.

- (f) Girdiler arasındaki ikame esnekliğini hesaplayınız.